小阪入試 21 年度（1 次: 2021.1.21）

以下の問題を解答せよ。（裏面使用可）
なお、解答には途中の計算も省略せずに書くこと。

I. 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+26x+169$

(2) $(2x-21)(x-19)-(x-10)(x-19)$

(3) $\dfrac{x^3+1}{6}-\dfrac{x^2+3x+2}{2}$

(4) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-3$

II. 2 つの整式 A, B について、次の問いに答えよ。

(1) 和 $A+B=3x-2$ で、差 $A-B=x+4$ のとき、A, B を求めよ。

(2) 和 $A+B=4x^2+x$ で、差 $A-B=2x^2+3x+2$ のとき、A, B を求めよ。

(3) 積 $AB=3x^3+5x^2+2x-1$ で、商 $A\div B=3x-1$ のとき、A, B を求めよ。

III. ある池の周りに、1 周 2.7 km の遊歩道がある。大きな桜の木があるところ S を起点として、A は右回りに分速 100 mで、B は左回りに分速 80m で、C は右回りに分速 150 mで、同時に歩き出した。なお、歩く速さは 3 人とも一定とする。

(1) A, B が最初に出会うのは何分後か。

(2) C が A に追いつく（1 周抜く）のは何分後か。また、その地点はどこか。

(3) A, B, C 3 人が同時に同じ地点に来るのは、出発してから何分後か。また、その地点はどこか。

解答　21 年度 1 次

I. 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+26x+169=(x+13)^2$

(2) $(2x-21)(x-19)-(x-10)(x-19)=(x-19)(2x-21-x+10)=(x-11)(x-19)$
別解: 与式$=(2x^2-59x+399)-(x^2-29x+190)=x^2-30x+209=(x-11)(x-19)$

(3) $\dfrac{x^3+1}{6}-\dfrac{x^2+3x+2}{2}=\dfrac{1}{6}\{(x+1)(x^2-x+1)-3(x+1)(x+2)\}$
$=\dfrac{1}{6}(x+1)\{(x^2-x+1)-3(x+2)\}=\dfrac{1}{6}(x+1)(x^2-4x-5)$
$=\dfrac{1}{6}(x+1)(x-5)(x+1)=\dfrac{1}{6}(x-5)(x+1)^2$

(4) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-3=(x^2+5x+6)(x^2+5x+4)-3$
ここで、$y=x^2+5x$ とおくと、
与式$=(y+6)(y+4)-3=y^2+10y+21=(y+3)(y+7)=(x^2+5x+3)(x^2+5x+7)$

II.

(1) $A+B=3x-2$, $A-B=x+4$ より、それらの和を取り、$2A=4x+2=2(2x+1)$, よって、 $A=2x+1$ が得られる。また、$B=3x-2-A=x-3$。

(2) $A+B=4x^2+x$, $A-B=2x^2+3x+2$ より、それらの和を取り、$2A=6x^2+4x+2=2(3x^2+2x+1)$, よって、 $A=3x^2+2x+1$ が得られる。また、$B=4x^2+x-A=x^2-x-1$。

(3) $A\div B=3x-1$ なので、A は $3x-1$ を因数に持つので、次の計算をする：

$$AB\div(3x-1)=(3x^3+5x^2+2x-1)\div(3x-1)=x^2+2x+1=(x+1)^2$$

従って、$AB=(3x-1)(x+1)^2$ より、A と B は、共に $x+1$ を因数に持つことがわかる。従って、$A=(3x-1)(x+1)=3x^2+2x-1, B=x+1$ を得る。

III. 前提は、「1 周 2.7 km、S を起点として、A は右回りに分速 100 mで、B は左回りに分速 80m で、C は右回りに分速 150 mで、同時に歩き出す。」である。

(1) $2700\div(100+80)=15$

(2) $2700\div(150-100)=54$

(3) A, B は 15 分ごとに、A, C は 54 分ごとに出会うことに注意すると、15 と 54 の最小公倍数がこの問いの解になることがわかる。従って、$15 = 3 \times 5;\ 54 = 3^3 \times 2$ より、それらの最小公倍数 $3^3 \times 2 \times 5 = 270$ 分後に、3 人が同じ地点に来る。
また、A は分速 100 m なので、ちょうどこのとき S に来る。つまり、3 人が同時に出会う地点は S である。