小阪入試 21 年度（2 次: 2021.2.19）

以下の問題を解答せよ。（裏面使用可）
なお、解答には途中の計算も省略せずに書くこと。

I. 次の式を簡単にせよ。

(1) $128x^6y^{12}z^{18} \div (2xy^2z^3)^5$

(2) $(x+2)(x^2-2x+4)-(x-2)(x^2+2x+4)$

(3) $\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{3x-2}{5}+\dfrac{x+1}{4}$

II. 次の不等式を解け。

(1) $3x-4 \geq x+6$

(2) $3x-1 \leq 2x+6 \leq 5x-12$

(3) $|x-2| \leq x$

III. 1 次方程式 $3p+5q+7r=28$ の 0 以上の整数解をつぎの手順で求めたい。
なお、解は複数個ある場合があるので、すべての解を求めること。

(1) $r=0$ として、$3p+5q=28$ の 0 以上の整数解を求めよ。

(2) $q=0$ として、$3p+7r=28$ の 0 以上の整数解を求めよ。

(3) $p=0$ として、$5q+7r=28$ の 0 以上の整数解を求めよ。

(4) $3p+5q+7r=28$ の 1 以上の整数解を求めよ。

解答　21 年度 2 次

I.

(1) $128x^6y^{12}z^{18} \div (2xy^2z^3)^5 = 128x^6y^{12}z^{18} \div (32x^5y^{10}z^{15}) = 4xy^2z^3$

(2) $(x+2)(x^2-2x+4)-(x-2)(x^2+2x+4) = x^3+8-(x^3-8) = 16$

(3) $\dfrac{2x-1}{3} - \dfrac{3x-2}{5} + \dfrac{x+1}{4} = \dfrac{10x-5-(9x-6)}{15} + \dfrac{x+1}{4} = \dfrac{x+1}{15} + \dfrac{x+1}{4}$

$= \left(\dfrac{1}{15}+\dfrac{1}{4}\right)(x+1) = \dfrac{19}{60}(x+1)$

II.

(1) $3x-4 \geq x+6$ を整理して、$2x \geq 10$ より、$x \geq 5$

(2) $3x-1 \leq 2x+6 \leq 5x-12$ の各項より、 $2x$ を差し引き、$x-1 \leq 6 \leq 3x-12$ と変形する。まず、右側の $6 \leq 3x-12$ より、$18 \leq 3x$, 従って $6 \leq x$ がわかる。一方、$x-1 \leq 6$ より、$x \leq 7$ が得られる。それらをまとめて、$6 \leq x \leq 7$

(3) $x \geq 2$ のとき、与えられた不等式は $x-2 \leq x$ となるが、$-2 \leq 0$ は成立しているので、$x \geq 2$ では常に成立する。一方、$x \leq 2$ のとき、与えられた不等式は $2-x \leq x$ となるので、$2 \leq 2x$ つまり $1 \leq x$ より、$1 \leq x \leq 2$ で成立している。よって、この不等式の成立範囲は $x \geq 1$ である。

III.　基本的には、逐一代入して、解になるかどうかを見極めればよい。

(1) $3p = 28-5q$ なので、右辺が 3 の倍数になるかどうかを考える。そうなるのは $q = 2, 5$ のときで、これらに対応する p の値は、それぞれ $p = 6, 1$ である。即ち、解は (i) $p = 6, q = 2$, (ii) $p = 2, q = 5$ となる。

(2) $3p = 28-7r$ なので、右辺が 3 の倍数になるのは $r = 1, 4$ のときで、これらに対応する p の値は、それぞれ $p = 7, 0$ である。即ち、解は (i) $p = 7, r = 1$, (ii) $p = 0, r = 4$ となる。

(3) $5q = 28-7r$ なので、右辺が 5 の倍数になるのは $r = 4$ のときだけで、右辺の値は 0 となる。従って $q = 0$ である。即ち、解は $q = 0, r = 4$ となる。

(4) r の取り得る値は、$r = 1, 2, 3$ なので、それぞれについて検討する。

(i) $r = 1$; $3p+5q = 21$ のときは、解は $q = 3, p = 2$; 即ち、$p = 2, q = 3, r = 1$

(ii) $r = 2$; $3p+5q = 14$ のときは、解は $q = 1, p = 3$; 即ち、$p = 3, q = 1, r = 2$

(iii) $r = 3$; $3p+5q = 7$ のときは、解はない。